



**Zadania na XXII Podkarpacki Konkurs Matematyczny
im. Franciszka Lejona
Poziom III**

(klasy trzecie liceum i technikum)

Etap powiatowy

25 marca 2023r. godzina 10.00

(150 minut)

1. Wyznacz wszystkie pierwiastki wielomianu
 $W(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, gdzie $a \neq 0$, jeśli $W(0) = a$
i $W(1) = b$ i $W(-1) = -c$.
2. Rozwiąż w zbiorze liczb całkowitych równanie: $2^x + 1 = y^2$.
3. W trapezie prostokątnym ABCD, gdzie $AB \parallel CD$ i $DA \perp AB$ na boku CB obrano punkt S i poprowadzono z niego odcinek SP równoległy do podstaw (punkt P należy do boku AD). Stosunek $|CS| : |SB|$ wynosi $b : a$, gdzie $|AB| = a$ i $|DC| = b$. Wykaż, że długość odcinka PS jest nie większa od średniej geometrycznej długości podstaw trapezu.
4. W trójkącie prostokątnym każdy z boków jest średnicą koła. Długości promieni tych kół tworzą ciąg arytmetyczny. Wiedząc, że suma pól tych kół wynosi $3,125 \pi$ oblicz długości boków trójkąta.
5. Wiadomo, że 5 dzieli sumę liczb całkowitych a, b, c. Wykaż, że 25 dzieli:
 $2bc - 8ab - 8ac - 9a^2 + b^2 + c^2$.

Powodzenia!